
Modelación de la curva de producción, grasa y proteína en ganado Holstein y Jersey del Norte y Oriente de Antioquia¹

Modeling of the production curve, fat and protein in Holstein and Jersey cattle, from North and East Antioquia

Andrés Felipe Madrid Gallego

Zootecnista de la Universidad Católica de Oriente (Rionegro, Antioquia, Colombia).

Correo electrónico: andresmadrid_90@hotmail.com.

Samir Julián Calvo Cardona

Doctor en Biología. Docente de la Facultad de Ciencias Agropecuarias, Universidad Católica de Oriente (Rionegro, Antioquia, Colombia). Grupo de Investigación en Agronomía y Zootecnia (Giaz) de la misma universidad.

ORCID: [0000-0003-3400-5208](https://orcid.org/0000-0003-3400-5208).

Correo electrónico: sjcalvo@uco.edu.co.

Juan Pablo Arismendy Morales

Universidad Católica de Oriente, Facultad de Ciencias Agropecuarias, Grupo de Investigación en Agronomía y Zootecnia (Giaz).

ORCID: [0000-0002-0524-3162](https://orcid.org/0000-0002-0524-3162).

¹ *Agradecimiento:* Los autores agradecen a la Cooperativa Colanta y su programa de control lechero de Antioquia por la disponibilidad con los registros y bases de datos que hicieron posible esta investigación, a la Universidad Católica de Oriente y al Grupo de Investigación en Agronomía y Zootecnia (Giaz) por su acompañamiento y asesorías científicas y académicas.

Cómo citar este artículo:

Madrid Gallego, A. F.; Calvo Cardona, S. J. & Arismendy Morales, J. P. (2020). Modelación de la curva de producción, grasa y proteína en ganado Holstein y Jersey del Norte y Oriente de Antioquia. *Revista Universidad Católica de Oriente*, 31(46), 70-84.

Resumen

Las curvas de lactancia, de grasa y proteína son una herramienta indispensable para la administración eficiente de los hatos lecheros, ya que permite la programación de actividades de acuerdo a la información que proporciona, la cual se visualiza en el manejo de salud animal, manejo de pasturas y alimentación; además, sirve para ejecutar programas de cruzamiento que permitan sacar en el tiempo animales con mejor producción de leche y de buena calidad. Es por esto que el objetivo de este estudio fue modelar la curva de producción, grasa y proteína para los principales tipos raciales de ganado lechero en Antioquia, Colombia. Se utilizaron 5042 registros de leche, pertenecientes al programa de control lechero de la Cooperativa Colanta en doce (12) hatos lecheros del Oriente y Norte de Antioquia entre los años 2016 y 2018; se incluyeron en la investigación vacas lecheras con componentes raciales Holstein y Jersey, con más de seis controles obtenidos en intervalos de 30 días de lactación. Se evaluaron cuatro modelos no lineales por medio de la librería nls2 del programa estadístico R- Project (3.4.1), que, para las curvas de lactancia, grasa y proteína son los más usados y los que mejor se ajustan. Los modelos que mejor se adaptaron fueron aquellos que representaron valores menores para los criterios de información AIC (criterio de información de Akaike) y BIC (criterio de información Bayesiana). Los modelos que mejor se ajustaron a los datos del ganado de raza Jersey fueron el de Nelder (1966) para la producción, y el de Wilmink (1987) para grasa y proteína. El modelo de Nelder fue el que mejor caracterizó las curvas de lactancia del tipo racial Holstein en producción, para grasa y proteína el modelo que mejor se ajustó fue el modelo de Wilmink (1987). Los modelos no lineales utilizados describen de buena manera el comportamiento de la curva de lactancia, hallando diferencias entre las curvas de las dos razas evaluadas de ganado lechero de Antioquia, Colombia.

Palabras clave

Producción de leche, control lechero, modelos matemáticos, grasa, proteína.

Abstract

Lactation, fat and protein curves are an indispensable tool for the efficient administration of dairy herds, since it allows the programming of activities according to the information provided, which is visualized in the management of animal health, management of pastures and food. In addition, lactation, fat, and protein curves serve to execute crossbreeding programs that allow animals to be extracted with better milk production and a better quality over time; this is why the objective of this study was to model the lactation, fat and protein curve for the main racial types of dairy cattle in Antioquia, Colombia. 5042 milk registries were used, belonging to the dairy control program of the Colanta Cooperative in 12 dairy herds in East and North Antioquia between 2016 and 2018; dairy cows with Holstein and Jersey racial components were included in the investigation, with more than six controls obtained at 30 days of lactation intervals. Four non-linear models were evaluated through the nls2 library of the R-Project statistical program (3.4.1). The models that were best adapted were those that represented lower values for the information criteria AIC (Akaike information criterion) and BIC (Bayesian information criterion). The models that best fit the data of the Jersey cattle were the Nelder's model (1966) for production, and Wilmink's model (1987) for fat and protein. The Nelder's model was the one that best characterized the lactation curves of the Holstein breed type in production; for fat and protein the model that was best adjusted was the Wilmink model (1987). The non-linear models used, describe in a good way the behavior of the lactation curve, finding considerable differences between the curves of the two evaluated breeds of dairy cattle from Antioquia-Colombia.

Key words

Milk production, Milk controls, mathematical models, fat, and protein.

Introducción

La producción lechera hace presencia en 22 departamentos del país, siendo Antioquia, Boyacá y Cundinamarca los departamentos más destacados. «En Colombia se registran más de 395 215 unidades productoras de leche, es decir casi 400 000 fincas o haciendas las cuales solo el 20 % tienen más de 15 animales» según Analac (2016) citada por Pinto (2017, parr. 1). De acuerdo con Minagricultura (2016) citado por Pinto (2017, parr. 1), «el consumo de productos lácteos en Colombia es también una cifra importante. Los colombianos consumieron más de 1.050 millones de litros de leche, y 85.000 toneladas de quesos y leche en polvo en el 2016».

Por su ubicación geográfica, Colombia posee gran variedad de pisos térmicos que permiten el aprovechamiento de diversas razas bovinas productoras de leche, carne y doble propósito. De acuerdo con el censo pecuario del año 2017 (ICA, 2017).

La población bovina en el país está distribuida en 514 794 predios y establecida aproximadamente por una población de 23 475 022 animales, situados principalmente en los departamentos de Antioquia (11,75 %), Córdoba (8,74 %), Casanare (7,93 %), Meta (7,38 %), Caquetá (6,33 %), Santander (6,14 %), Cesar (5,56 %), Magdalena (5,13 %) y Cundinamarca (4,88 %). (parr. 1).

La raza Jersey posee características que la hace apetecida en nuestro territorio, entre las cuales se destacan el tamaño, rusticidad, facilidad de parto, precocidad, longevidad y calidad de leche, debido a su alto contenido de grasa, proteína y sólidos totales, además de su fácil adaptación al trópico. En Colombia se pueden encontrar animales de este tipo racial con gran adaptabilidad en regiones como Cauca, Nariño, Tolima, Valle del Cauca, Llanos Orientales, Eje Cafetero, Cundinamarca y Santanderes con niveles sobre el nivel del mar que van desde los 400 m hasta los 3000 m. Mientras tanto, la más productiva de todas las razas lecheras es el ganado Holstein que domina la industria de producción en la mayoría de las regiones del mundo. En el departamento de Antioquia, la utilización de esta raza ha permitido obtener altas producciones de leche, lo que se ha visto reflejado en el gran desarrollo de la cadena láctea del departamento (Cardona, Londoño y Echeverri. 2017), gracias a su excelente producción, gran remuneración económica sobre los costos de alimentación, buen desempeño genético y gran flexibilidad a la hora de adaptarse a diferentes condiciones ambientales.

La mejor forma de caracterizar la producción de leche, grasa y proteína es por medio de la modelación de curvas de lactancia. Además, el

conocimiento de la trayectoria de la lactación es importante ya que permite predecir el pico de producción, el tiempo en alcanzar el pico de producción, la persistencia de la producción y el desempeño futuro de los animales (Yépez *et al.* 2010). La curva de lactancia se caracteriza por un periodo de ascenso y una fase de producción máxima, y continúa por una fase de caída notoria en la producción. Estos fenómenos fisiológicos son el resultado de la expresión genética y del dominio ambiental en el periodo de la lactancia y pueden ser representados por modelos estadísticos específicos y operaciones matemáticas (Ochoa y Restrepo 1986; Quintero, Serna, Cerón y Hurtado. 2007).

Para explicar los cambios que suceden en la producción de leche durante la lactación, se han planteado diferentes análisis estadísticos, observando que a partir del control lechero realizado durante la lactancia de los animales tipo leche (bovinos, cabras y búfalos), se pueden estimar los distintos parámetros para la modelación de la curva de producción de leche y su trayectoria en el tiempo (Vargas, Koops, Herrero, Van Arendok, 2000).

Se han elaborado diversos estudios con relación a curvas de lactancia en varias especies usando modelos no lineales que han dado diversos resultados con relación a los modelos que mejor se adaptan a los controles de leche. Cañas, Cerón-Muñoz y Corrales (2011) evaluaron modelos matemáticos no lineales propuestos por Wood, Brody, Wilmink, Papajcsik y Bodero en vacas Holstein de distintos departamentos,

donde seleccionaron el modelo que mejor ajustó las curvas de lactancia. Además, estimaron los parámetros genéticos para las características, producción de leche al pico, tiempo al pico y producción total a los 305 días, donde se emplearon los efectos fijos de zona, parto y grupo contemporáneo, los cuales han mostrado distintos resultados, que están sujetos a los modelos que se adaptan mejor a las producciones de leche en los días en que son realizados los controles; hoy en día estas investigaciones que usan modelos no lineales en los parámetros para hacer interpretaciones e inferencias biológicas se han incrementado, teniendo gran impacto en la estimación productiva de los hatos lecheros (Torres, Barbosa, Meyer, Noda y Sarduy, 2012).

El poco interés en conocer la conducta en la producción de leche, grasa y proteína en el periodo de la lactancia y el periodo de vida útil de un animal, crea inconvenientes tanto al momento de otorgar un adecuado manejo nutricional, reproductivo, de mejoramiento genético y fenotípico de los mismos, como al momento de intervenir en la selección de las hembras de mejor desempeño productivo que debe partir del conocimiento de las relaciones entre las diferentes partes de la curva de lactancia. Al no utilizar los parámetros productivos; como la persistencia y el pico de producción de la lactancia, al momento de tomar decisiones en cuanto a la nutrición de las hembras en producción, se ve afectada la vida productiva y la longevidad de los animales en los hatos lecheros. Esto lleva, a que los sistemas de producción no sean beneficiosos ni rentables y mucho menos sostenibles en el futuro.

El conocimiento de la curva de producción, grasa y proteína permite, por ejemplo, ejecutar pruebas nutricionales más eficientes, entonces se hacen fundamentales los estudios que manejan modelos no lineales en los parámetros para hacer deducciones y análisis biológicos (Quintero *et al.*, 2007; Yépez *et al.*, 2010; Cardona *et al.*, 2015).

Por lo anterior, este estudio de investigación realizara la comparación de cuatro modelos no lineales para caracterizar la curva de producción, grasa y proteína de dos razas bovinas lecheras: Holstein y Jersey; para promover y ejecutar programas de selección que contribuyan con el desarrollo del sector lechero en el departamento de Antioquia y en territorio colombiano.

Materiales y métodos

Localización

El estudio se realizó mediante las informaciones obtenidas por los registros de doce hatos lecheros especializadas en lechería en dos regiones del departamento de Antioquia. La zona Norte en la que se encuentran los municipios de San Pedro de los Milagros, Belmira, Entrerriós, Donmatías, etc., con altitudes promedio de 2550 m s. n. m, temperaturas promedio de 14 °C, precipitaciones de 2100 mm y humedades del 85 %; en segundo lugar, está la región del Oriente antioqueño, donde se encuentran los municipios de Rionegro, La Ceja, La Unión, El Santuario, etc. La temperatura promedio para estos municipios oscila entre los 20 °C, altitudes que varían entre los 1900 y 2600 m s. n. m, humedades del 95 % y precipitaciones promedio de 2100 mm.

Alimentación

Los doce hatos lecheros en los que se realizó la investigación presentan en común el mismo modelo de alimentación, basado en la implementación de sistemas en pastoreo, donde utilizan las gramíneas kikuyo (*Cenchrus clandestinum*) y estrella (*Cynodon plectostachius* - *Cynodon nlemfluensis*) como pasto de pastoreo, alimento balanceado de preferencia y recomendada por el técnico encargado de las explotaciones, sal al 5 % y agua a voluntad.

Registros

Para modelar la curva de producción, grasa y proteína en ganado Holstein y Jersey del Norte y Oriente de Antioquia se utilizaron 4042 controles lecheros obtenidos a partir de lactación de vacas lecheras. Los datos de producción de leche se obtuvieron de la Cooperativa Colanta; del programa control lechero oficial, en 12 hatos lecheros del Norte y Oriente de Antioquia entre los años 2016 y 2018. Se tuvieron en cuenta los siguientes criterios para la selección de animales y sus análisis pertinentes: vacas con más de cinco controles en intervalos de 30 días de lactancia aproximadamente. El primer control realizado a partir del primer día después del parto hasta los 305 días dio como resultado una producción de leche mayor a 1 kg e igual o menor a 51 kg, grasas de 1 hasta 7 %, y proteínas de 1 al 5 %, al organizar y ejecutar la correspondiente depuración de los datos. Para modelar la trayectoria de la curva de producción fueron utilizados 4 modelos matemáticos (tabla 1), y se estimó la producción al pico (PP), tiempo al pico (TP) y la persistencia (PER).

Modelos estadísticos

Tabla 1. Modelos utilizados en el ajuste de la Modelación de la curva de producción, grasa y proteína en ganado Holstein y Jersey del Norte y Oriente de Antioquia.

Modelo	Representación (1)	Autor
1	$y = a + bt + c^{exp-0.05t}$	Wiltmink (1987)
2	$y = at^b e^{-ct}$	Wood (1967)
3	$y = t / (a + bt + ct^2)$	Nelder(1966)
4	$y = at e^{-ct}$	Papajcsik y Bordero (1988)

Dónde: y = producción de leche; t = Días en lactancia; a, b y c = parámetros del modelo.

Fuente: Elaboración propia.

Para seleccionar el modelo que mejor se adaptaba a los datos de producción de leche, se usó el criterio de información de Akaike (AIC) y el criterio de información Bayesiana (BIC) cuyas formulas se describen a continuación:

$$AIC = -2\ln L + 2k \text{ (Akaike, 1974)}$$

$$BIC = -2\ln L + 2K \ln(N) \text{ (Schwarz, 1978)}$$

Donde K es el número de parámetros estimados, $-2\ln L$ es el valor máximo de la función de verosimilitud y es el tamaño de la muestra. Los modelos que mejor ajustaron los datos son los que mostraron los valores menores para los criterios de información AIC y BIC. Asimismo, para interpretar de mejor manera la credibilidad de

un modelo, se usaron los valores de AIC ponderado y de BIC ponderado. Correspondiente a la diferencia entre el valor de AIC del i-ésimo modelo y el AIC del mejor modelo; de forma similar para Δ_i (BIC) $BIC_i - \min BIC$.

Una vez seleccionado el mejor modelo para cada carácter, se adquirió la primera derivada de la función igualada a cero y se despejó el tiempo para obtener el tiempo al pico; luego, se cambió en la fórmula inicial del modelo el TP y a partir de este se obtuvo la producción al pico (PP). La persistencia se calculó con la siguiente fórmula, propuesta por Montaldo, Almanza y Juárez (1997): (producción media/PP). Los análisis se realizaron utilizando la librería nls2 del programa estadístico R-Project versión 3.4.1.

Resultados

Tabla 2. Estimación de los parámetros y criterios de comparación para producción de leche, grasa y proteína de la raza Jersey.

Modelos no lineales	Producción de leche			Criterios de comparación	
Raza Jersey	a	b	c	AIC	BIC
Wiltmink (1987)	2,06E+01	-0,021415	0,324076	17369,38	17369,38
Wood (1967)	2,09E+01	2,75E-03	1,35E-03	1,74E+04	1,74E+04
Nelder(1966)	-7,09E-03	4,68E-02	7,73E-05	17361,61	17385,25
Papajcsik y Bordero (1988)			0,008514	1,87E+04	1,87E+04
	4,90E-01				
Producción de grasa					
Wiltmink (1987)	4,368162	0,0024248	0,287145	7103,85	7127,312
Wood (1967)	4,47E+00	-2,94E-03	-4,83E-04	7107,374	7130,836
Nelder(1966)	-3,40E-01	2,40E-01	-1,44E-04	7461,227	7484,69
Papajcsik y Bordero (1988)	8,39E-02		5,56E-03	9379,086	9396,682
Producción de proteína					
Wiltmink (1987)	3,23E+00	1,26E-03	4,54E-01	1419,658	1442,846
Wood (1967)	3,59E+00	-2,38E-02	-4,59E-04	1447,438	1470,625
Nelder(1966)	-4,67E-02	3,04E-01	-8,65E-05	1459,492	1482,679
Papajcsik y Bordero (1988)	6,52E-02		5,98E-03	6377,985	6395,375

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 3. Estimación de los parámetros y criterios de comparación para producción de leche, grasa y proteína de la raza Holstein.

Modelos no lineales	Producción de leche			Criterios de comparación	
Raza Holstein	a	b	c	AIC	BIC
Wiltmink (1987)	2,36E+01	-0,022748	1,380582	14993,04	15016,03
Wood (1967)	2,54E+01	-1,29E-02	1,16E-03	1,50E+04	1,50E+04
Nelder(1966)	1,70E-02	3,95E-02	6,86E-05	14978,34	15001,33

Papajcsik y Bordero (1988)	4,94E-01		0,0076865	1,62E+04	1,62E+04
Producción de grasa					
Wiltmink (1987)	3,6103386	0,0014849	0,7730658	4865,33	4888,288
Wood (1967)	4,33E+00	-4,10E-02	-5,57E-04	4876,011	4898,969
Nelder(1966)	-1,25E-01	2,72E-01	-8,26E-05	4881,04	4903,998
Papajcsik y Bordero (1988)	6,38E-02		5,29E-03	7036,881	7054,099
Producción de proteína					
Wiltmink (1987)	2,84E+00	1,58E-03	7,80E-01	1387,876	1410,774
Wood (1967)	3,50E+00	-4,62E-02	-6,84E-04	1445,14	1468,038
Nelder(1966)	-2,15E-01	3,45E-01	-1,37E-04	1442,459	1465,356
Papajcsik y Bordero (1988)	4,97E-02		5,10E-03	521,681	5228,855

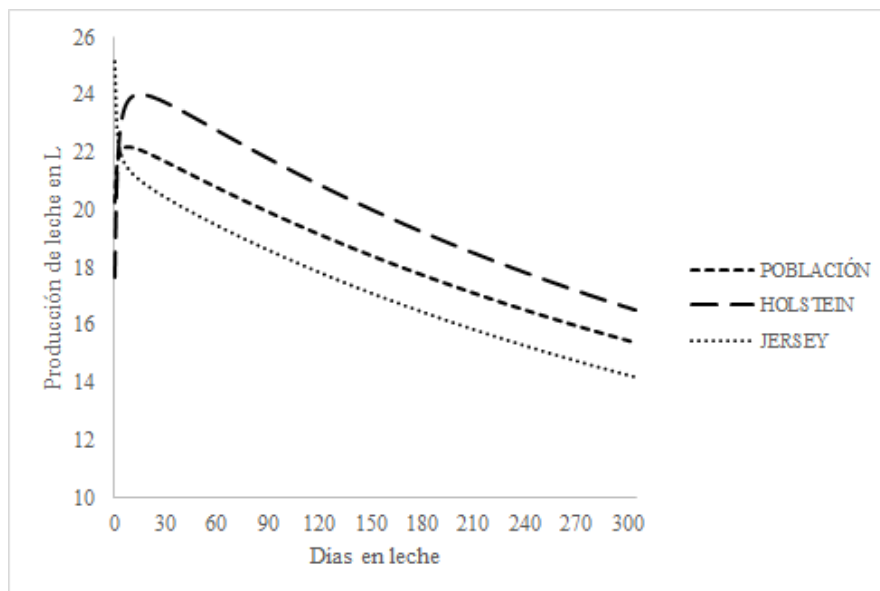


Figura 1. Curvas de lactancia según el modelo de Nelder para producción de leche de vacas Jersey y Holstein en Antioquia.

Fuente: Elaboración propia.

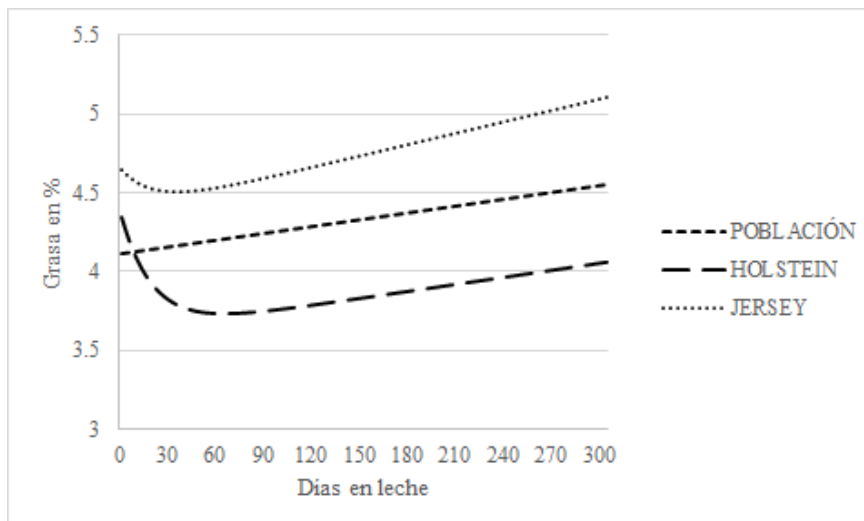


Figura 2. Curvas de lactancia según el modelo de Wilmink para porcentaje de grasa de vacas Jersey y Holstein en Antioquia.

Fuente: Elaboración propia.

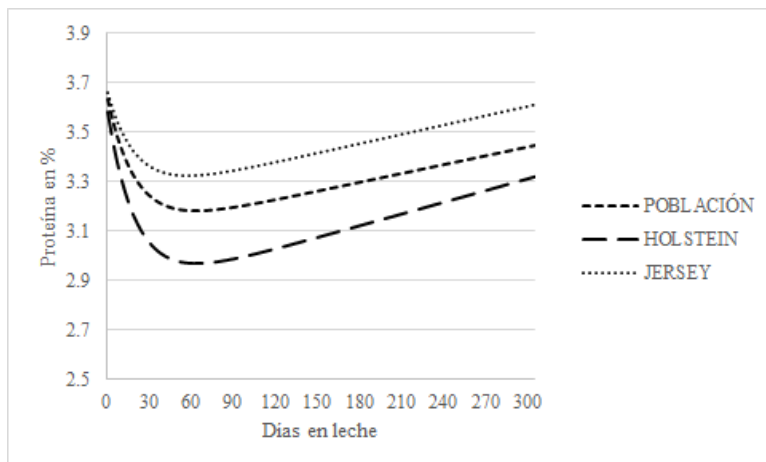


Figura 3. Curvas de lactancia según el modelo de Wilmink para porcentaje de proteína de vacas Jersey y Holstein en Antioquia.

Fuente: Elaboración propia.

En las tablas 2 y 3 se pueden observar los valores estimados para los parámetros de cada uno de los modelos utilizados en la presente investigación con su respectivo criterio de comparación AIC y BIC para las razas Jersey y Holstein, respectivamente.

RAZA	TP (días)	PP (kg)	\bar{X} (kg)	PER (%)
JERSEY	10	21	17	84
HOLSTEIN	16	24	20	83

Dónde: TP = tiempo al pico (días); PP = pico de producción (kg); \bar{X} = promedio de producción, PER = persistencia (%).

Tabla 4. Tiempo al pico, Pico de producción, promedio de producción y persistencia del ganado Jersey y Holstein de Antioquia.

Fuente: Elaboración propia.

El TP para la raza Jersey se alcanzó a los diez días de lactación, con un PP de 21 kg y una persistencia (84 %). Para el tipo racial Holstein el TP se alcanzó a los 16 días producción, con un PP de 24 kg y una PER de 83 % (Tabla 4).

Discusión

De acuerdo a los valores estimados de AIC y BIC, el modelo de Wilmink fue el que tuvo mejor ajuste para las variables porcentaje de grasa y proteína, lo cual indica que es el modelo más apropiado para modelar curvas de lactancia en grasa y proteína en ganado Jersey y Holstein del presente estudio (tablas 2 y 3). Quinn, Killen, Buckley (2006), compararon entre los modelos de Wood, Wilmink y Guo y Swalve, donde el

modelo de Wilmink se ajustó y obtuvo mejor capacidad para predecir la producción total de grasa y proteína. Estos resultados, son similares a los obtenidos en el presente estudio.

Por otra parte, Cañas *et al.* (2011) evaluaron modelos matemáticos no lineales propuestos por Wood, Brody, Wilmink, Papajcsik y Bodero en vacas Holstein del departamento de Antioquia y encontraron que el modelo de Wood fue el que mejor se ajustaba a los datos. Estas diferencias

pueden explicarse debido a que el modelo de Wilmink, en comparación con el modelo de Wood, no presenta buenos ajustes cuando la curva tiene una forma opuesta a la de producción de leche.

Las gráficas de producción de leche en comparación con las gráficas de porcentaje de grasa muestran una relación inversa, donde los mayores valores de producción coinciden con los menores valores de porcentaje de grasa y proteína (figura 1, 2 y 3). Cañas *et al.*, (2011), Silvestre, Martins, Santos, Ginia y Colaco (2009) y Quinn *et al.* (2006), obtuvieron gráficas similares donde se mostró esta relación inversa entre la producción de leche y los porcentajes de grasa y proteína. Sin embargo, Cañas *et al.* (2011) encontró que el porcentaje de proteína después del pico de lactancia permanece constante y en el presente trabajo aumenta posterior al pico de producción. Esto puede deberse al manejo nutricional y productivo que tengan los hatos lecheros.

Contrastando las curvas de lactancia generadas por los dos grupos raciales (Figura 1), la raza Holstein se destaca por presentar mejores producciones, debidas, principalmente, a la especialización de esta raza en la alta producción, pero menor cantidad de sólidos totales en comparación a la raza Jersey. Las diferencias en la producción inicial y la producción al pico entre los grupos raciales coinciden con lo reportado por Osorio y Segura (2005), donde se evalúan diferentes cruces de *Bos taurus* y *Bos indicus* en un sistema de doble propósito en trópico húmedo. Para el tiempo al pico de producción y la persistencia, Osorio y Segura. (2005), reportó di-

ferencias significativas entre los grupos raciales contrario a lo encontrado en este trabajo donde se obtuvieron valores similares.

Schutz, Hansen y Steuernagel (1990) observó que el pico de producción aumenta a medida que se incrementa el número de partos en las razas Holstein, Jersey y Guernsey; la persistencia decreció del primero al segundo parto y para los días al pico, observó que fueron bajos para el segundo parto en todas las razas.

En conclusión, el modelo de Nelder fue el modelo que mejor explicó las curvas de lactancia para producción de leche y para los porcentajes de grasa y proteína el modelo que mejor se ajustó, fue el modelo de Wilmink. En general la curva para el porcentaje de proteína se caracterizó por ser muy consistente y no presentar mayores fluctuaciones durante toda la lactancia.

Conclusiones

El modelo de Nelder (1996) fue el modelo que mejor ajustó las curvas de producción para las razas lecheras evaluadas; Jersey y Holstein y el modelo de Wilmink (1987) fue el que mejor caracterizó las curvas de grasa y proteína para cada tipo racial

Tanto la raza Holstein y Jersey no tuvieron diferencias significativas en la PER, sin embargo, el ganado Holstein alcanzo el mayor PP. En los hatos lecheros es fundamental conocer la curva de producción, grasa, proteína y los factores que la afectan, para así, ejecutar programas de selección de los mejores ejemplares.

Referencias bibliográficas

- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 19(6), 716-723. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705>.
- Ángel Marín, P., Agudelo Gómez, D. A., Restrepo, L. F., Cañas Alvarez, J. J., Cerón-Muñoz, M. F. (2009). Curvas de lactancia en cabras mestizas usando modelos matemáticos no lineales. *Rev. Lasallista Investig.*, 6(1).
- Apaza-Huallpa, Y., Loza-Murguía, M. G., Rojas-Pardo, A. y Achu-Nina, C. (2016). Determinación del comportamiento de la curva de lactancia y producción lechera del ganado Mestizo del Altiplano de la Provincia Omasuyos Departamento de La Paz. *Journal of the Selva Andina Animal Science*, 3(2), 77-86. DOI: [HTTPS://DOI.ORG/10.36610/J.JSAAS.2016.030200077](https://doi.org/10.36610/J.JSAAS.2016.030200077).
- Cardona-Cifuentes, D., Londoño-Gil, M. y Echeverri-Zuluaga, J. J. (2017). Evaluación comparativa de parámetros productivos en diferentes cruces de ganado blanco-orejinegro con Holstein. *Corpoica: Ciencia y Tecnología Agropecuaria*, 18(3), 513-527. DOI: https://doi.org/10.21930/rcta.vol18_num3_art:741.
- Cañas A., J. J., Restrepo B., L. F., Ochoa S., J., Echeverri, A. y Cerón-Muñoz, M. (2009). Estimación de las curvas de lactancia en ganado Holstein y BON x Holstein en trópico alto colombiano. *Revista Lasallista de Investigación*, 6(1), 35-42.
- Cañas A., J. J., Cerón-Muñoz, M. y Corrales A., J. (2011). Modelación de curvas de lactancia para producción de leche, grasa y proteína en bovinos Holstein en Antioquia, Colombia. *Revista MVZ Córdoba*, 16(2), 2514-2520. DOI: <https://doi.org/10.21897/rmvz.1015>.
- Cerón, M., Tonhati, H., Costa, C., Solarte, C., Benavides, O. (2003). Factores de ajuste para producción de leche en bovinos Holstein colombiano. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*, 16(1), 26-32.
- Fraga, L. M., Gutiérrez, M., Fernández, L., Fundadora, O., González, M. E. (2003). Estudio preliminar de las curvas de lactancia en las búfalas mestizas de Murrah. *Revista Cubana de Ciencias Agrícolas*, 37(2), 151-55.
-

-
- Grothendieck, A. G. (2013). Package “nls2” R-project. Vienna: R Foundation for Statistical Computing.
- ICA. (2017). Censo Pecuario Nacional – 2017. Recuperado de: <https://www.ica.gov.co/areas/pecuaria/servicios/epidemiologia-veterinaria/censos-2016/censo-2017.aspx>
- Labbé, S., Abréu, O. y Perozo, N. (1985) Factores que afectan la primera lactancia de vacas criollas limoneras. *Zootecnia Tropical* 1(1 y 2), 41-53. Recuperado de: <http://www.ceniap.gov.ve/pbd/RevistasCientificas/ZootecniaTropical/zt0112/texto/limoneras.htm>.
- Montaldo, H., Almanza, A. y Juárez, A. (1997) Genetic group, age and season effects on lactation curve shape in goats. *Small Ruminant Research*, 24(3), 195-202. DOI: [HTTPS://DOI.ORG/10.1016/S0921-4488\(96\)00946-7](https://doi.org/10.1016/S0921-4488(96)00946-7).
- Ochoa, G. J. y Restrepo, E. F. (1986). Caracterización de lactancias mediante un modelo matemático en hatos Paysandú. Trabajo de grado, Facultad de Ciencias Agrarias, Universidad Nacional de Colombia, Medellín,
- Osorio, Mario. y Segura, José. (2005). Factores que afectan la curva de lactancia de vacas Bos Taurus x Bos indicus en un sistema de doble propósito en el trópico húmedo de Tabasco, México. *Revista Técnica Pecuaria en México*, 43(1), 127-137. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/26477773_Factores_que_afectan_la_curva_de_lactancia_de_vacas_Bos_taurus_x_Bos_indicus_en_un_sistema_de_doble_proposito_en_el_tropico_humedo_de_Tabasco_Mexico.
- Quintero, J. C., Serna, J. I., Hurtado, N. A. y Cerón, M. F. (2007). Modelos matemáticos para curvas de lactancia en ganado lechero. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*, 20(2), 149-156. Recuperado de: <http://www.scielo.org.co/pdf/rccp/v20n2/v20n2a07.pdf>.
- Quintero Vélez, J. C., Serna Gallo, J., Cerón Muñoz, M., Hurtado Lugo, N., Agudelo Gómez, D. A. (2008). Estimación de la curva de lactancia mediante modelos matemáticos lineales y no lineales en búfalas colombianas. *Rev. Lasallista Investig.* 5(1).
- Quinn, N., Killen, L., Buckley, F. (2006). Modelling fat and protein concentration curves for Irish dairy cows. *Irish J Agr Food Res*, (45), 13-23.
-

-
- Ramírez, V. R., García-Muñiz, J. G., Núñez, D. R., Ruiz, F. A., Meraz, A. M. R. (2004). Comparación de ecuaciones para estimar curvas de lactancia con diferentes estrategias de muestreo en bovinos angus, suizo y sus cruza. *Vet Mex*, 35(3), 187-201.
- R Development Core Team. (2014). *R: a language and environment for statistical computing*. Version 3.1.0. Vienna: R Foundation for Statistical Computing. Recuperado de: <http://www.R-project.org/>.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, 6(2), 461-464. DOI: <http://dx.doi.org/10.1214/aos/1176344136>.
- Schutz, M. M.; Hansen, I. B. y Steuernagel, G. R. (1990). Variation of milk, fat, protein, and somatic cells for dairy cattle. *Journal of Dairy Science*, 73(2), 484-493. DOI: [https://doi.org/10.3168/jds.S0022-0302\(90\)78696-1](https://doi.org/10.3168/jds.S0022-0302(90)78696-1).
- Silvestre, A. M., Martins, A. M., Santos, V. A., Ginja, M. M., Colaço, J. A. (2009). Lactation curves for milk, fat and protein in dairy cows: A full approach. *Livestock Science*, 122(2-3), 308-313. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.livsci.2008.09.017>.
- Torres, V.; Barbosa, L.; Meyer, R., Noda, A.; Sarduy, L. (2012). Criterios de bondad de ajuste en la selección de modelos no lineales en la descripción de comportamientos biológicos. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 46(4), 345-350. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/1930/193027579001.pdf>.
- Vargas, B., Koops, W. J., Herrero, M., Van Arendonk, J. A. M. (2000). Modeling extended lactations of dairy cows. *Journal of Dairy Science*, 83(6), 1371-1380. DOI: [https://doi.org/10.3168/jds.S0022-0302\(00\)75005-3](https://doi.org/10.3168/jds.S0022-0302(00)75005-3).
-